

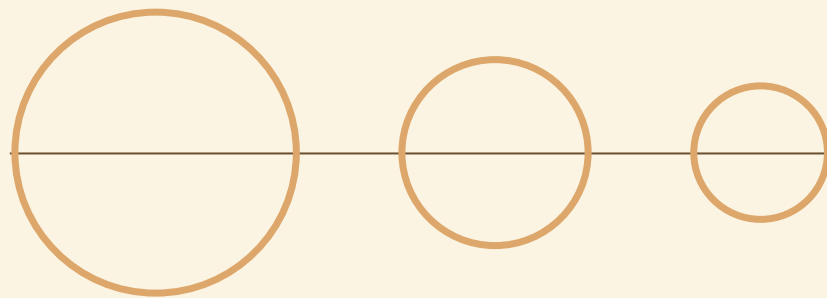


# วิทยาพาติว 2022



๕๕ ปี คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

## Exponential and Logarithm Functions



รศ.ดร.เอธิสวัณน์ คำมณี  
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์การคำนวณ  
คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

# Exponential and Logarithm Functions

## Exponential Functions

1. จงเรียงจากน้อยไปมาก

$$(a) A = \sqrt{7\sqrt[3]{5}}, B = \sqrt{5\sqrt[3]{7}}, C = \sqrt[3]{5\sqrt{7}}, D = \sqrt[3]{7\sqrt{5}}$$

$$(b) A = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}, B = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}}, C = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$(c) A = 2^{48}, B = 3^{36}, C = 5^{24}$$

(d)  $A = 7^{7^7}$ ,  $B = 7^{7^7}$ ,  $C = 77^7$ ,  $D = (77^7)^7$

(e)  $A = 1 + \sqrt[3]{4}$ ,  $B = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$  และ  $C = \sqrt[3]{11}$

2. จงหาผลเฉลยของ

(a)  $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 4} > 3x + 2$

(b)  $\sqrt{14 + 3x - x^2} - \sqrt{9 + 5x - x^2} = 1$

$$(c) \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2$$

$$(d) \sqrt{y-2 + \sqrt{2y-5}} + \sqrt{y+2 + 3\sqrt{2y-5}} = 7\sqrt{2}$$

$$(e) 5^{1+\sqrt{x^2-4x-1}} + 5^{\frac{5+4x-x^2}{2+\sqrt{x^2-4x-1}}} = 126$$

$$(f) \sqrt{3x+2 + 2\sqrt{3x+1}} + \sqrt{3x+10 + 6\sqrt{3x+1}} = 14$$

$$(g) \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{7x+1}$$

$$(h) 2x^2 - 6x + 11 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 5} = 25$$

$$(i) 2x^2 - 2x + 9 - 2\sqrt{x^2 - x + 3} = 15$$

$$(j) \sqrt{x+1} + \sqrt{3x-1} = \sqrt{7x-1}$$

$$(k) 3^{1+2x} + 9^{2-x} = 244$$

$$(l) 2^{3x+1} - 17(2^{2x}) + 2^{x+3} = 0$$

$$(m) (3x^2 - 11x + 7)^{3x^2+4x+1} = 1$$

$$(n) 3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x$$

$$(o) (4^x + 2^x - 6)^3 = (2^x - 4)^3 + (4^x - 2)^3$$

$$(p) x + \sqrt{1 - x^2} = 1 + 2x\sqrt{1 - x^2}$$

$$(q) \sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = \frac{13}{6}$$

$$(r) 6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$$

$$(s) \ 3^{(1+\sqrt{x^2+x-2})} + 9(3^{-\sqrt{x^2+x-2}}) = 28$$

$$(t) \ 12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$$

$$(u) \ 4(3^{2x}) + 9(2^{2x}) = 13(6^x)$$

$$(v) \ 3^{x^2+2x} - 3^{x^2+1} - 9^{x+1} + 27 = 0$$



$$(w) \ x + 3\sqrt{3x - 2 - x^2} = 3 + 2\sqrt{x - 1} - 2\sqrt{2 - x}$$

$$(x) \ 3(9 + 3^{|x|+|x+4|}) = 3^{|x+4|} + 3^{|x|+4}$$

$$(y) \ 3^x 8^{\frac{x}{x+2}} = 6$$

3. จงแก้สมการต่อไปนี้

$$(a) \ (x - 2)^{x^2+2} < (x - 2)^{2x+10}$$

$$(b) \left(\frac{3}{5}\right)^{5x^2-23x+3} > \left(\frac{5}{3}\right)^{x+5}$$

$$(c) \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3x+7} < \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+11}$$

$$(d) 2^{2x} - 2^{x+2} > 2^{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{32}$$

$$(e) |2^{x+2} - 10| > 6$$

$$(f) 5^{2x} + 11 < |12(5^x) - 9|$$

$$(g) \left( \frac{2}{3} - \left( \frac{2}{3} \right)^{2x-10} \right) \left( \frac{3}{2} - \left( \frac{3}{2} \right)^{x^2+2x-7} \right) \geq 0$$

$$(h) 6^x - 3^{x+1} - 2^{x+2} + 12 = 0$$

$$(i) x < \sqrt{6 + x - x^2} + 1 < x + 3$$

4. ถ้า  $x, y, z \in \mathbb{R} - \{0\}$  และ  $3^{2x} = 4^y = 6^{-2z}$  จงหา  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

5. ถ้า  $x, y, z \in \mathbb{R}$  โดยที่  $8^{1/x} = 27^{1/y} = 36^{1/z}$  แล้วจงหา  $\frac{x+y}{z}$

6. ถ้า  $a < b$  และ  $\sqrt{10 + \sqrt{84}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  จงหา  $a^2 + b^2$

7. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $a > 0$  และ  $b > 1$  ถ้า  $ab = b^a$  และ  $b = ab^{3a}$  จงหา  $20a + 14b$

8. ถ้า  $x, y, z \in \mathbb{N}$  ที่สอดคล้องกับ  $x + y + z = 16$ ,  $y^{x+z} = x^{2(x+z)}$  และ  $3^y = 3(9^z)$  จงหา  $xyz$

9. กำหนดให้  $x, y > 0$  ถ้า  $x^y = y^x$  และ  $y = 5x$  จงหาค่า  $x$

10. กำหนดให้เส้นโค้ง  $y = 4^x$  ตัดกับเส้นโค้ง  $y = 2^{x+1} + 3$  ที่จุด  $P$  ถ้าจุด  $P$  อยู่บนเส้นตรง  $y = mx + 8$  แล้วจงหาค่า  $m$

11. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงซึ่ง  $256^x = (2^x + 6)^4$  แล้ว  $8^x$  มีค่าเท่าไร

12. จงหาจำนวนจริง  $x$  ทั้งหมดซึ่งสอดคล้องสมการ

$$2^{1+x-x^2} - 2^{1-x-x^2} = 4^x - 1$$

13. จงหาผลเฉลยของสมการ  $(\sqrt{10 + \sqrt{99}})^x + (\sqrt{10 - \sqrt{99}})^x = 20$

## Logarithm Functions

14. จงเรียงจากน้อยไปมากของ  $\log_7 10, \log_5 3, \log_7 3$

15. จงหาผลเฉลยของสมการและอสมการต่อไปนี้

(a)  $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x + \log_{16} x - 2 \log_{64} x = 7$

$$(b) \log_2(x+7)^2 + 4\log_4(x-3) = 3\log_8(64x^2 - 256x + 256)$$

$$(c) \log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + \log_6 5$$

$$(d) \log_3(3^{2x^2+2x} + 9) = x^2 + x + \frac{1}{\log 3}$$

$$(e) \log_3(x^2 - 9) + \log_{\frac{1}{3}}(3x + 1) < 0$$



(f)  $x^{\log_2 x+1} = 64$

(g)  $\log_{\sqrt{3}}(x-1) - \log_{\sqrt[3]{3}}(x-1) = 1$

(h)  $x^2 \log_4(x^2 + 2x - 1) + x \log_{0.5}(x^2 + 2x - 1) = 2x - x^2$

(i)  $2\sqrt{\log_3 x - 1} + \log_{\frac{1}{3}} x^3 + 4 > 0$

$$(j) \log_2 x^3 + \log_4 x^6 + \log_8 x^9 = 8^{\log_4 9}$$

$$(k) \log_{\frac{1}{2}}(2x + 1) > \log_{\frac{1}{4}}(2x + 1)$$

$$(l) \log_2(2x - 1) - \log_4\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}$$

$$(m) \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{10} x} \leq 1$$

$$(n) \log_{\frac{1}{2}}[\log_3(x+1)] > -1$$

$$(o) \log \log x + \log(9 - \log x^2) \geq 1$$

$$(p) 1 + (2 \log_x 3)(\log_9(9 - x)) = \log_x 14$$

$$(q) \log_2(4^{x-1} + 2^{x-1} + 6) = 2 + \log_2(2^{x-1} + 1)$$

$$(r) \log_x \left( \frac{x+3}{x-1} \right) \geq 1$$

16. กำหนดให้  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\log_m \sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \log_n (6x^2 + 11x + 4) = 4$  เมื่อ  $m = \sqrt{3x + 4}$  และ  $n = 2x + 1$  และ  $B = \{8x^2 | x \in A\}$  จงหาผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $B$

17. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1 และสอดคล้องกับ

$$\log_a 4 + \log_b 4 = 9 \log_{ab} 2$$

จงหาค่ามากที่สุดของ  $\log_a (ab^5) + \log_b \left( \frac{a^2}{\sqrt{b}} \right)$

18. จงหาผลเฉลยของ

$$\begin{aligned}2^{2x} \log_{\frac{1}{4}} y &= 1 + 2^{4x-1} \\9(2^{2x}) \log_{\frac{1}{8}} y &= 9 + \log_{\frac{1}{2}}^2 y\end{aligned}$$

19. ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกและสอดคล้องกับ

$$2 \log_2(x - 2y) + \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y = 0$$

จงหา  $\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1$

20. กำหนดให้

$$(1 - a) \log_3 2 = 2 - \log_3 5$$

$$(3 + b) \log_5 2 = 2 - \log_5 3$$

$$(3 + c) \log_7 2 = 4 \log_7 3 - \log_7 5$$

จงหา  $2a + b - c$

21. ถ้า  $a, b, c$  เป็นรากของสมการ  $x^3 + kx^2 - 18x + 2 = 0$  เมื่อ  $k \in \mathbb{R}$  จงหา  $\log_{27}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$

22. กำหนดให้  $a, b, c, d > 1$  ถ้า  $(\log_b a)(\log_d c) = 1$  จงหา  $a^{\log_b c - 1} b^{\log_c d - 1} c^{\log_d a - 1} d^{\log_a b - 1}$

23. จงหาผลเฉลยของ  $2 \log_2 a - 3 \log_2 b = 4$  และ  $3 \log_2 a - 4 \log_2 b = 6$  จงหา  $(a^{2b} + \log_{2a} b)^{1/2}$

24. ถ้า  $3^{\frac{3}{\log_3 x}} = 27$  และ  $\log_3 \log_2 y = 1$  แล้ว  $x + y$  เท่ากับเท่าใด

25. กำหนดให้  $a = \log 2$  และ  $b = \log 3$  จงหาเซตของคำตอบ  $10^{x^2} < 3^x 2^{\log 3 - x}$

26. จงวาดกราฟของ  $2 \log(y - x) = \log(2y) + \log(y - x - 1)$

27. ถ้า  $x, y > 0$  และ  $\frac{3}{x^{3y}} + \frac{2}{x^{2y}} = \frac{1}{x^y}$  แล้วจงหาค่าของ  $y \log_9 x$

28. ให้  $a = \sum_{n=2}^9 \log\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$  แล้วจงหาค่า  $10^a$



29. ถ้า  $\log_8 2 + \log_8 4 + \log_8 8 + \log_8 16 + \dots + \log_8 2^n = 210$  แล้วจงหาค่าของ  $n$

30. ถ้า  $x, y$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $x^2 + 2xy = \log x^x + 2 \log x^y$  จงหาค่า  $2^{x/y}$

31. ถ้า  $x(1 - \log 5) = \log(4^x - 6)$  แล้ว  $4^x$

32. ให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงมากกว่า 2 ที่สอดคล้องกับ

$$\begin{aligned}\log_a(b-2) &= \log_{\sqrt{a}}\sqrt{3} + \log_{a^2}(b+2) \\ (\log_b^2 a)(\log_a b) &= 1 + \log_{\sqrt{a}} b\end{aligned}$$

จงหา  $a + b$

33. นิยาม  $L(n) = \log_{2^n} \sqrt[n]{a}$  สำหรับ  $n = 1, 2, 3, \dots$  ถ้า  $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{L(i)} = 77$  จงหา  $a$

34. ถ้า  $\log_y x + \log_x y = \frac{10}{3}$  และ  $xy = 256$  แล้ว  $x + y$  มีค่าเท่าไร

35. ถ้าเซตคำตอบของอสมการ  $(\log(x-1))(\log(x-2))^2(\log(x-3))^3 < 0$  คือช่วง  $(a, b)$   
จงหา  $a + b$

36. กำหนดให้  $a > 1$  และ  $b, c > 0$  ถ้า  $a^2 + b^2 = c^2$  และ  $x \in \mathbb{R}$  ซึ่ง

$$\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = x[\log_{c+b} a][\log_{c-b} a]$$

จงหาค่า  $x$

37. จงหาผลบวกของรากทั้งหมดของ  $\log_3(3^{\frac{1}{x}} + 27) = \log_3 4 + 1 + \frac{1}{2x}$

38. กำหนดให้  $A = \{z \in \mathbb{R} \mid z = \frac{x}{y} \text{ และ } 6 \log(x - 2y) = \log x^3 + \log y^3\}$  จงหาผลบวกสมาชิกทั้งหมดของ  $A$

39. ถ้า  $\log_9 3, \log_9(3^x - 2), \log_9(3^x + 16)$  เป็นสามพจน์แรกที่เกี่ยวข้องกันเป็นอนุกรมเลขคณิต จงหาผลบวกสี่พจน์แรกของอนุกรมนี้

40. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

(a)  $0.25^{1.5} = 2^3$

(b)  $\log_9 5 = \log_3 \sqrt{10} - \log_3 \sqrt{2}$

(c)  $\log_{0.2} 2014 < \log_{0.2} 2557$

(d)  $0.57^{2014} < 0.57^{2557}$

41. จงหาเขตคำตอบของอสมการ

$$\log(x + 3) - \frac{1}{2} \log(x + 2)^2 \geq \log 2$$

42. จงหาจำนวนผลเฉลยของสมการต่อไปนี้

(a)  $3^x = \log_2 x$

(b)  $3^{-x} = \log_2 x$

(c)  $3^x = \log_2 |x|$

(d)  $3^x = \log_2(x + 3)$

(e)  $3^x = \log_2(x - 3)$