

## ตัวแปรสุ่ม (Random Variables)

### การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง

ตัวอย่าง 1. จากการสำรวจจำนวนพี่น้องของนักเรียนระดับชั้น ม.5 ห้องหนึ่ง จำนวน 50 คน พบว่า

จำนวนพี่น้อง	ความถี่
0	6
1	22
2	17
3	4
4	1

**ตัวอย่าง 2.** ให้ตัวแปรสุ่ม  $X$  คือจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นก้อย จากการโยนเหรียญที่เที่ยงตรง 1 เหรียญ จำนวน 3 ครั้ง จงเขียนแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม  $X$

**ตัวอย่าง 3.** หากทราบว่าในบรรดาชิ้นส่วน 800 ชิ้น และมีสินค้าไม่ได้มาตรฐานจำนวน 50 ชิ้น ถ้าสุ่มหยิบชิ้นส่วน 2 ชิ้นแบบไม่ใส่กลับคืน และให้  $X$  คือจำนวนชิ้นส่วนที่ไม่ได้มาตรฐานที่สุ่มได้ จงแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม  $x$

**บทนิยาม 1.** ค่าความคาดหวัง (expected value) ของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง  $X$  เขียนแทนด้วย  $\mu_X$  นิยามโดย

$$\mu_X = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i)$$

**บทนิยาม 2.** ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง  $X$  เขียนแทนด้วย  $\sigma_X$  นิยามโดย

$$\sigma_X = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 P(X = x_i)}$$

และเรียก  $\sigma_X^2$  ว่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง  $X$

**ตัวอย่าง 4.** จงหา  $\mu_X$  และ  $\sigma_X^2$  ในตัวอย่างที่ 1 และ 2

**ตัวอย่าง 5.** ถ้านายเอชพนนายปีเล่นโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง โดยถ้านายปีทายว่าออกหัว (หัว 2 อัน) และทายถูกนายเอชจะจ่ายเงินให้ 2 เท่า แต่ถ้านายปีทายว่าออกกลาง (หัว 1 อัน ก้อย 1 อัน) และทายถูก นายเอชจะจ่ายเงินให้ 1 เท่า ถ้านายปีทายว่าออกก้อย (ก้อย 2 อัน) และทายถูก นายเอชจะจ่ายเงินให้ 2 เท่า แต่ถ้านายปีทายไม่ถูก นายเอชจะรับเงินจากนายปี เมื่อโยนเหรียญถ้านายปีทายว่าออกหัว โดยใช้เงิน 10 บาท จงหาค่าคาดหวังของเงินกำไรที่นายปีจะได้รับจากนายเอ

**ตัวอย่าง 6.** ในงานประจำปีของโรงเรียนแสงทองวิทยามีเกมส์หยิบฉลากตั้งแต่หมายเลข 1 – 7 ถ้าผู้เล่นหยิบฉลากได้เป็นเลขคู่ ผู้เล่นจะได้เงินรางวัล 20 บาท ในการเล่นทุกครั้งผู้เล่นต้องเสียเงินจ่ายค่าเล่นครั้งละ 10 บาท จงหาค่าคาดหวังของจำนวนเงินที่ผู้เล่นจะได้รับหรือเสียไป

**ตัวอย่าง 7.** ลูกค้ารายหนึ่งต้องการทำประกันชีวิตกับบริษัทเอ็ดสประกันภัย โดยกำหนดทุนประกัน 2000000 และลูกค้าต้องจ่ายค่าเบี้ยประกันปีละ 50000 ถ้าลูกค้ารายหนึ่งมีโอกาสหยุดหายใจแต่ละปีคิดเป็นร้อยละ 1 จงพิจารณาว่าถ้าบริษัทเอ็ดสประกันภัยรับทำประกันชีวิตให้ลูกค้าท่านนี้ บริษัทจะได้กำไรหรือขาดทุนโดยเฉลี่ยปีละกี่บาท

**ตัวอย่าง 8.** จากการสำรวจคุณภาพของสินค้าชนิดหนึ่งจำนวน 60 ชิ้น ได้ข้อมูลจำนวนรอยตำหนิบนสินค้าแต่ละชิ้นดังตาราง

จำนวนรอยตำหนิบนสินค้า	0	1	2	3
จำนวนสินค้า	47	4	6	3

ถ้าผู้ขายได้กำไรจากการขายสินค้าที่ไม่มีรอยตำหนิขึ้นละ 20 บาท แต่ถ้าสินค้ามีรอยตำหนิจะเสียค่าซ่อมแซมแห่งละ 11 บาท จงหาค่าคาดหวังของรายได้จากการขายสินค้า 1 ชิ้น

**ตัวอย่าง 9.** ในการส่งรหัสลับต้องส่งครั้งละ 4 ตัวอักษร เราพบว่าในการส่งแต่ละตัวอักษรมีโอกาสผิดพลาด 0.1 จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนตัวอักษรที่ส่งผิดพลาด

## การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (Discrete Uniform Distribution)

**บทนิยาม 3.** ให้  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม  $X$  เป็นการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เมื่อ

$$P(X = x_i) = \frac{1}{n} \quad \text{สำหรับ } i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

**ตัวอย่าง 10.** นายเอสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ จากกล่องที่บรรจุสลาก 4 ใบ แต่ละใบระบุจำนวนเงินรางวัลแตกต่างกัน 20, 50, 100 และ 500 บาท ให้ตัวแปรสุ่ม  $X$  คือจำนวนเงินรางวัลที่นายเอจะได้รับ จงหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม  $X$  เป็นเท่าไร และถ้านายเอต้องจ่ายเงินซื้อตั๋วราคา 150 เพื่อหยิบฉลาก 1 ใบ จงพิจารณาว่าถ้านายเอสุ่มหยิบสลากหลาย ๆ ครั้ง โดยเฉลี่ยแล้วนายเอจะได้เปรียบหรือเสียเปรียบ

## การแจกแจงทวินาม (Binomial Distribution)

**บทนิยาม 4.** การแจกแจงทวินามคือการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม  $X$  ซึ่งคือจำนวนครั้งของการเกิดผลสำเร็จในการทดลองสุ่ม  $n$  ครั้งโดยที่แต่ละครั้งมีโอกาสสำเร็จด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ  $p$  และไม่สำเร็จด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ  $1 - p$

1. เรียก  $n$  และ  $p$  ว่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม และเขียนสัญลักษณ์  $X \sim B(n, p)$
2. การทดลองสุ่ม 1 ที่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 แบบคือสำเร็จหรือไม่สำเร็จ เรียกว่า การทดลองแบร์นูลลี (Bernoulli trial)

**ทฤษฎีบท 1.** ถ้าการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม  $X$  เป็นการแจกแจงทวินามจะได้ว่า

1.  $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$  สำหรับทุก  $x \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$
2.  $\mu_X = np$
3.  $\sigma_X = \sqrt{np(1 - p)}$

**ตัวอย่าง 11.** กำหนดให้  $X \sim B(6, 0.4)$

1.  $P(X = 2)$
2.  $P(X \leq 2)$
3.  $P(X > 4)$
4.  $P(2 \leq X \leq 5)$

**ตัวอย่าง 12.** ให้ตัวแปรสุ่ม  $X$  คือจำนวนครั้งที่ลูกเต๋ารั้งขึ้นแต้ม 5 จากการทอดลูกเต๋ารั้ง 1 ลูก 7 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารั้งขึ้นแต้ม 5 เป็นจำนวน 4 ครั้ง นอกจากนี้จงหาค่าความคาดหวังและความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม  $X$

**ตัวอย่าง 13.** ในการรักษาโรคมะเร็งด้วยสมุนไพรพบว่าเมื่อผู้ป่วยรับประทานสมุนไพรชนิดนี้ต่อเนื่อง ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยแต่ละคนจะหายจากโรคมะเร็งเป็น 0.7 ถ้านักวิจัยสุ่มผู้ป่วยโรคมะเร็งที่รับประทานสมุนไพรจำนวน 10 คน

1. จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยหายจากโรคมะเร็งอย่างน้อย 7 คน
2. จงหาค่าความคาดหวังและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนผู้ป่วยที่หายจากโรคมะเร็ง



**ตัวอย่าง 14.** ในการโยนเหรียญที่ไม่เที่ยงตรงเหรียญหนึ่ง พบว่าความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นก้อยในการโยนแต่ละครั้งเท่ากับ 0.6 ให้ตัวแปรสุ่ม  $X$  คือจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัว จากการโยนเหรียญนี้จำนวน 6 ครั้ง

1. จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นก้อยน้อยกว่า 3 ครั้ง
2. โดยเฉลี่ยแล้วเหรียญจะขึ้นหัวกี่ครั้ง
3. จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม  $X$

**ตัวอย่าง 15.** ความน่าจะเป็นที่นายเอจะซื้อขนมไข่มุกในแต่ละวันเท่ากับ 0.3 จงหาความน่าจะเป็นที่นายเอจะซื้อขนมไข่มุกไม่เกิน 2 วันในหนึ่งสัปดาห์